

ATITS 2025

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ РЕМОДЕЛИРОВАНИЕ  
И ЕГО ПРИЛОЖЕНИЕ  
К ЗАДАЧАМ УПРАВЛЕНИЯ  
МНОГОЭТАПНЫМИ ПРОЦЕССАМИ**

ФГБОУ ВО «Липецкий государственный технический университет»

Д.т.н. Сараев Павел Викторович

# Концепция математического ремоделирования

Математическое ремоделирование – задача определения оператора  $T: M_1 \rightarrow M_2$ :

$$f_{M_1} \rightarrow g_{M_2}$$

где  $f$  и  $g$  – оригинальная и трансформированная модели;  
 $M_1$  и  $M_2$  – оригинальный и новый классы моделей.

Близкие подходы:

- суррогатное моделирование;
- метамоделирование.

Классические примеры: линеаризация; дискретизация непрерывных задач; моделирование многоэтапных процессов.

# Сложность в математическом ремоделировании

$C(f)$  – некоторая оценка сложности модели  $f$ :

$$C: f \rightarrow R_+ = [0; +\infty]$$

Интерпретация: эффективность использования моделей. Цель:  $C(g) < C(f)$

$$\Delta C(f, g) = C(g) - C(f) < 0$$

Варианты оценки сложности  $C(f)$  :

- $C_t(f)$  – среднее время вычисления значения выхода функции;
- $C_v(f)$  – объём памяти для хранения значений параметров;
- $C_n(f)$  – количество параметров  $f$ ;
- $C_{pn}(f)$  – количество параметров  $f$ ;
- $C_p(f)$  – возможность решения задачи (0 – может быть решена;  $+\infty$  – не может)

Интегральная сложность:

$$C(f): \alpha_t C_t(f) + \alpha_v C_v(f) + \alpha_n C_n(f) + \alpha_{pn} C_{pn}(f); \alpha_i \geq 0, \sum_i \alpha_i = 1$$

# Качество в ремоделировании

Оценка качества модели:

$$\varepsilon: f \rightarrow R_+$$

Обычно ошибка  $f$  на тестовом множестве данных  $\{X, Y\}(T)$ .

$$\varepsilon(g) > \varepsilon(f)$$

Изменение точности модели:

$$\Delta\varepsilon(f, g) = \varepsilon(g) - \varepsilon(f) \geq 0$$

Это оценка аппроксимации  $f$  с помощью  $g$ .

# Компромисс эффективности и точности

Имеем:

$$\Delta\varepsilon(f, g); \Delta C(f, g)$$

Определим 2 уровня толерантности:

$$\Delta_\varepsilon > 0 ; \Delta_C > 0$$

Получается оптимизационная задача:

$$\begin{aligned} & \min \Delta C(f, g) \\ & g \in M_2; \Delta C(f, g) < -\Delta_C; \Delta\varepsilon(f, g) < \Delta_\varepsilon \end{aligned}$$

Интерпретация: уменьшение сложности при незначительном ухудшении качества модели.

Можно использовать относительные коэффициенты  $k_\varepsilon ; k_C$

# Управление многоэтапными процессами

Обобщённый алгоритм:

1. Выбор ремоделирующего класса моделей  $M_g$ .
2. Решение комплекса задач для каждого агрегата  $A$ :
  - ▣ определение допустимой погрешности снижения точности модели при её трансформации:  $\theta_\varepsilon(A)$ ;
  - ▣ генерация обучающего множества данных  $\{X, Y\}_A$  на основе модели этого агрегата  $f_A$ ; выделение из него тестового множества;
  - ▣ построение ремоделирующей модели  $g(A)$  таким образом, чтобы допустимая погрешность на тестовом множестве не превышала  $\theta_\varepsilon(A)$ .
3. Решение задачи сквозного управления на основе решения множества обратных задач. Пример построения алгоритма решения подобных задач на основе нейронных сетей описан в литературе.

## Заклучене

- Описано математическое ремоделирование.
- Введена нотация для представления процедуры трансформации моделей.
- Формализована постановка задачи ремоделирования.
- Математическое ремоделирование может рассматриваться как обобщение ряда подходов, известных в математике: линеаризации моделей, регуляризации, суррогатного моделирования.
- Показано преимущество ремоделирования, связанное с возможностью решения задач управления сложными многоэтапными процессами, при котором имеющиеся модели агрегатов представляются в унифицированном виде.
- Представлен обобщённый алгоритм для решения задачи сквозного управления.

Исследование выполняется за счет гранта РФФИ № 24-21-00474 «Разработка и исследование методов и автоматизированной системы ремоделирования систем машинного обучения в анализе больших данных», <https://rscf.ru/project/24-21-00474>.

**Спасибо за внимание!**

**Павел Викторович Сараев**

Кафедра автоматизированных систем управления  
Липецкий государственный технический университет

[psaraev@yandex.ru](mailto:psaraev@yandex.ru)